

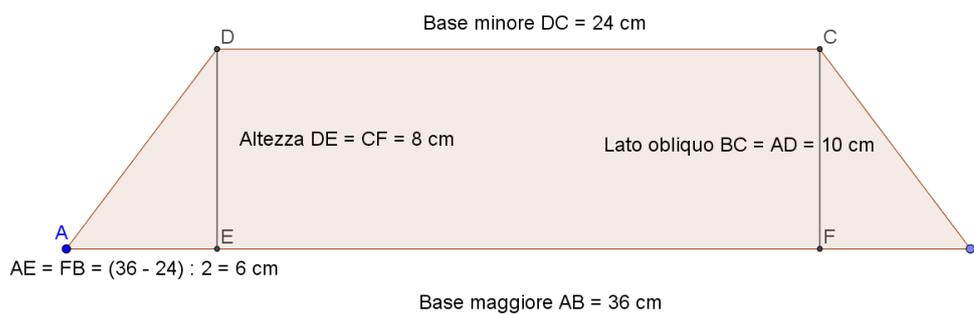
## Tema d'esame n. 17

**Quesito 1** In un trapezio isoscele la base maggiore misura 36 cm, la base minore misura i  $\frac{2}{3}$  della maggiore e l'altezza misura 8 cm.

1. Calcola il perimetro e l'area del trapezio.
2. Calcola l'area della superficie del solido che si ottiene facendo ruotare il trapezio di un giro completo intorno alla base maggiore.
3. Calcola il volume dello stesso solido.

### Soluzione:

1. La base minore  $= \frac{2}{3} \times 36 = \frac{72}{3} = 24$  cm. Possiamo disegnarlo:



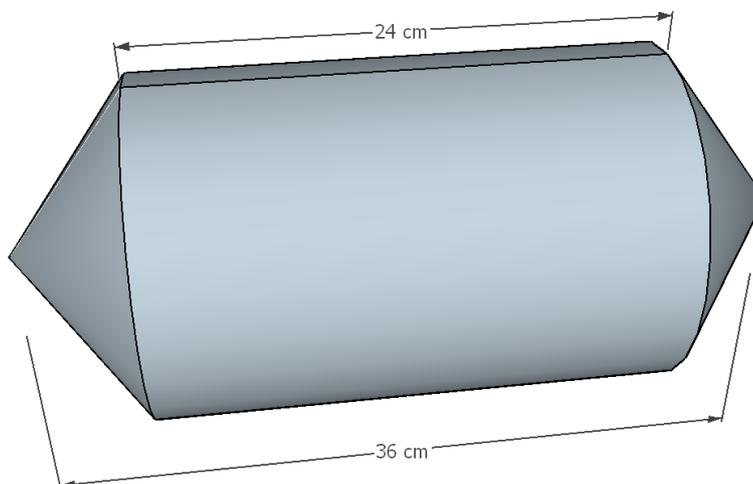
Calcoliamo i lati obliqui  $AD = BC$  applicando Pitagora al triangolo AED.

$$AD = \sqrt{AE^2 + DE^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Perimetro} = AB + BC + CD + DA = 36 + 10 + 24 + 10 = 80 \text{ cm}$$

$$\text{Area} = \frac{(AB + CD) \times DE}{2} = \frac{(36 + 24) \times 8}{2} = \frac{60 \times 8}{2} = 240 \text{ cm}^2$$

2. Se ruotiamo di  $360^\circ$  il trapezio attorno alla base maggiore AB otteniamo un cilindro con due coni. Il cilindro è alto 24 cm, i coni sono alti 6 cm, il raggio delle circonferenze misura 8 cm e l'apotema dei coni è 10 cm.



La superficie di questo solido di rotazione è formata dalla somma della superficie laterale del cilindro e delle due superfici laterali dei coni.

$$\text{Area laterale cilindro} = \text{circonferenza} \times \text{altezza} = 2\pi \cdot \text{raggio} \times \text{altezza} = 2 \times 8 \times 24 \cdot \pi = 384 \cdot \pi \text{ cm}^2$$

$$\text{Area laterale cono} = \frac{\text{circonferenza di base} \times \text{apotema}}{2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 8 \cdot 10}{2} = 80 \cdot \pi \text{ cm}^2$$

$$\text{Area totale} = \text{area laterale cilindro} + \text{area laterale cono} + \text{area laterale cono} = 384\pi + 80\pi + 80\pi = 544\pi \text{ cm}^2$$

3. Il volume totale è la somma dei volumi dei 2 coni e del volume del cilindro.

$$\text{Volume cilindro} = \text{Area cerchio di base} \times \text{altezza} = \pi \cdot \text{raggio}^2 \cdot \text{altezza} = \pi \cdot 8^2 \cdot 24 = 1536\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{Volume di un cono} = \frac{\text{area cerchio di base} \times \text{altezza cono}}{3} = \frac{\pi \cdot \text{raggio}^2 \cdot 6}{3} = \frac{\pi \cdot 8^2 \cdot 6}{3} = 128\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{Volume totale solido} = \text{volume cilindro} + \text{volume dei due coni} = 1536\pi + 128\pi + 128\pi = 1792\pi \text{ cm}^3$$

**Quesito 2** Risolvi le seguenti espressioni:

1.  $2 + 3(a - 4b) + 12b - 4(a - 2) =$
2.  $(a + b)^2 - 2(a - b) + (a - b)(a + b) - 2(a^2 + b) =$
3.  $(x + y - z)^2 - (x - y + z)^2 =$

**Soluzione:**

$$1. \quad 2 + 3(a - 4b) + 12b - 4(a - 2) = \\ 2 + 3a - 12b + 12b - 4a + 8 = \\ 10 - a$$

$$2. \quad (a + b)^2 - 2(a - b) + (a - b)(a + b) - 2(a^2 + b) = \text{svolgo i prodotti notevoli:} \\ a^2 + 2ab + b^2 - 2a + 2b + a^2 - b^2 - 2a^2 - 2b = \text{sommo i monomi simili:} \\ +2ab - 2a$$

$$3. \quad (x + y - z)^2 - (x - y + z)^2 = \text{svolgo le potenze:} \\ (x + y - z)(x + y - z) - (x - y + z)(x - y + z) = \\ (x + y - z)(x + y - z) - (x - y + z)(x - y + z) = \\ (x^2 + xy - xz + xy + y^2 - yz - xz - yz + z^2) - (x^2 - xy + xz - xy + y^2 - yz + xz - yz + z^2) = \\ \text{Sommo i monomi simili:} \\ (x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2xz - 2yz) - (x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2xz - 2yz) = \text{tolgo le parentesi:} \\ x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2xz - 2yz - x^2 - y^2 - z^2 + 2xy - 2xz + 2yz = \\ \text{Sommo i monomi simili:} \\ +4xy - 4xz$$

**Quesito 3** Francesco e Michele oggi possono essere interrogati entrambi in storia dell'arte.

L'insegnante per non essere contestata di favoritismi decide di estrarre a sorte due interrogati.

1. Che probabilità ha ciascuno di loro di essere interrogato se la classe è composta di 24 alunni?
2. Che probabilità hanno di essere interrogati insieme?  
Arrotonda i risultati ai decimi.

**Soluzione:**

1. La probabilità è  $\frac{1}{24} = 0,041666 = 4,1666\%$  che si arrotonda a: **4,2%**
2. Che siano interrogati insieme è  
 $= \frac{1}{24} \times \frac{1}{23} = 0,041666 \times 0,043478 = 0,001811$  che si arrotonda a: **0,2%**

**Quesito 4** In una leva di primo genere il braccio della resistenza misura 1,2 m e la resistenza 36 kg.

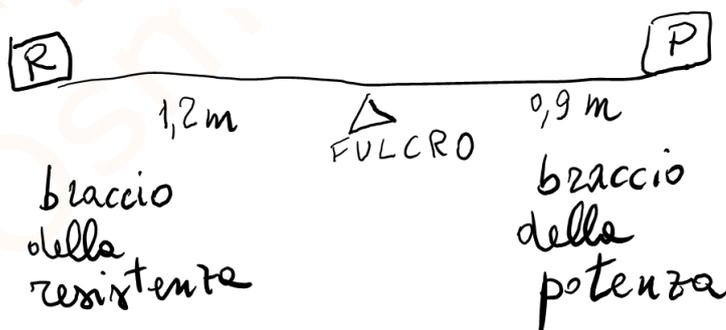
1. Calcola la potenza  $P$ , se il suo braccio è di 9 dm.
2. Mantenendo invariate la potenza e il suo braccio completa la seguente tabella calcolando i valori del braccio al variare della resistenza.

Resistenza in kg	6	9	12	18	24	36	48	72
Braccio in cm								

3. Indica con  $x$  la resistenza e con  $y$  il suo braccio quindi scrivi la relazione che hai trovato.
4. Riporta sul piano cartesiano i valori ottenuti nella tabella, di che tipo di proporzionalità si tratta?

**Soluzione:** Ricordiamo che una leva è in equilibrio quando i due momenti sono uguali:

1. Potenza x braccio della potenza = Resistenza x braccio della resistenza.



Potenza x 0,9 = 36 x 1,2 per cui dividendo entrambi i membri per 0,9 otteniamo:

$$\text{Potenza} = \frac{36 \times 1,2}{0,9} = 48 \text{ kg}$$

2. Se manteniamo invariata la Potenza e il suo braccio avremo che il momento sarà uguale a:  $48 \times 0,9 = 43,2 \text{ kgm}$  per cui il braccio della resistenza si calcola con la formula:  $\text{braccio resistenza} = \frac{\text{momento}}{\text{resistenza}}$

$$\frac{43,2}{6} = 7,2 \text{ m} = 720 \text{ cm}$$

$$\frac{43,2}{9} = 4,8 \text{ m} = 480 \text{ cm}$$

$$\frac{43,2}{12} = 3,6 \text{ m} = 360 \text{ cm}$$

$$\frac{43,2}{18} = 2,4 \text{ m} = 240 \text{ cm}$$

$$\frac{43,2}{24} = 1,8 \text{ m} = 180 \text{ cm}$$

$$\frac{43,2}{36} = 1,2 \text{ m} = 120 \text{ cm}$$

$$\frac{43,2}{48} = 0,9 \text{ m} = 90 \text{ cm}$$

$$\frac{43,2}{72} = 0,6 \text{ m} = 60 \text{ cm}$$

Resistenza in kg	6	9	12	18	24	36	48	72
Braccio in cm	720	480	360	240	180	120	90	60

3. Sapendo che :  $\text{braccio resistenza} = \frac{\text{momento}}{\text{resistenza}}$  e sostituendo alla resistenza la "x" e al braccio della resistenza la "y" avremo:

$$y = \frac{\text{momento}}{x} \quad y = \frac{43,2}{x}$$

4. Si tratta di proporzionalità inversa in quando al crescere della resistenza il braccio diminuisce.

